**Элементы аналитической геометрии**

**Тема 1. Векторы. Операции над векторами. Модуль вектора. Скалярное произведение векторов.**

**Вектор –** направленный отрезок, для которого указано:

1. Какой тип из концов начало, а какой конец (направление)

Векторы рассматриваются как на плоскости, так и в пространстве.   
Радиус-вектор – вектор, у которого начало совпадает с началом координат. Координаты радиус-вектора соответствуют координатам точки его конца . Проекция – опущенный перпендикуляр к точкам начала и конца на нужную ось.

Если вектор начинается не с начала координат, то он обозначается как AB со стрелочкой наверху.

Его координаты равны x2-x1; y2-y1. Если пространство трехмерное, то тогда координаты вектора определяются как x2-x1; y2-y1; z2-z1, т.е координаты вектора определяются проекциями на каждую ось.

Базис-вектор – единичный вектор, обозначается как e со стрелочкой. По нему определяются направление и единицы измерения в системе координат.

i,j,k – соответственно, базис-векторы для трех осей – x,y,z.

Векторы единичны, если |e| = |j| = |k| = 1.

AB = x0i + y0j + z0k

**Пример**

A (2;0;3)

B(1;0;2)

AB = (1-2; 0-0; 2-3) = (-1;0;-1)

AB = -i - k.

Нулевой вектор – вектор, у которого начало и конец совпадает.

Коллинеарный вектор – вектор называется коллинеарным, если он находится на одной прямой с другим вектором или параллельно ему.

Сонаправленные векторы – вектор, обозначаемый как вектор (две стрелочки вверх) вектор. Векторы сонаправлены, если они коллинеарны и их длинны равны и они направлены в одну сторону.

Противоположно направленные векторы – те же условия, что и у сонаправленных векторов, но их направления направлены в противоположные стороны. Обозначается как вектор (одна стрелка вверх, другая вниз) вектор.

Если перед вектором стоит знак минуса, то этот вектор направлен в противоположную сторону от исходного вектора.

Параллельным переносом называется перенос вектора с сохранением его длинны и направления.

**Операции над векторами**

1. Сложение векторов. Пусть даны два вектора a и b. Первый метод – треугольник. Т.е начало одного вектора соединяется с концом другого с сохранением направления и длинны. 3-я сторона является суммой этих векторов. Так можно складывать сколько угодно векторов. На выходе получается вектор, а не число, который имеет также направление, координаты и длину.

Второй метод – параллелограмм.

1. Вычитание векторов – a + (-b) = a – b. У вычитаемого вектора меняем направление и складываем в соответствии с правилами сложения.
2. Умножение вектора на число -- |m\*a| = |m| \* |a| => |2a| = 8. Если число отрицательное, то направление вектора меняется на противоположное.
3. Угол между векторами и координатными осями.

Длина вектора обозначается как модуль вектора. Координаты вектора принято записывать через = (a = (…)). Тогда длина вектора равна корню из суммы квадратов координат (если это радиус-вектор). Если это вектор обычный, то его длина определяется корнем суммы квадратов разности точек начала и конца .

**Скалярное произведение векторов**

Скалярное произведение двух векторов a и b называется произведение их длин на косинус угла между ними. Скалярное произведение записывается как a \* b.

Угол находится как arccos(a \* b / |a| \* |b|).

Еще одна запись скалярного произведения – через координаты вектора, равна она сумме произведений координат векторов.

Косинус угла между векторами a и b равен скалярному произведению, поделенному на длину обычного вектора.

Если векторы противоположно направленны, то их угол равен 180 градусам.

Если векторы сонаправлены или коллинеарны, то 0 градусов.

Если векторы a и b перпендикулярны, то угол между ними равен 90 градусов.

Если скалярное произведение равно 0, то векторы перпендикулярны